

Probleme geometrie

13/197

Ip: $\triangle ABC$

$A', C', B' \rightarrow$ coliniare

$A' \in BC, C' \in AB, B' \in AC$

Cl: $\frac{A'B}{A'C} = ? \Rightarrow \frac{C'A}{C'B} = \frac{2}{3}$

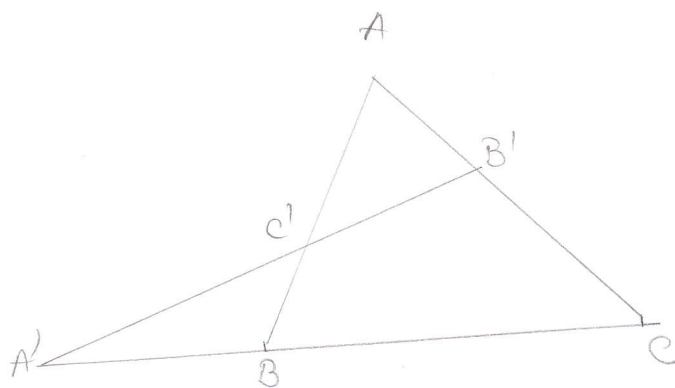
$\frac{B'C}{B'A} = 3$

b) $\frac{B'A}{B'C} = ?$ stim $\frac{A'B}{A'C} = \frac{1}{6}$

$\frac{C'A}{C'B} = 4$

c) $\frac{C'A}{C'B} = ?$ stim $\frac{A'C}{A'B} = \frac{4}{3}$

$\frac{B'A}{B'C} = \frac{1}{2}$



c) $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$

$\Rightarrow \frac{C'A}{C'B} = \frac{2}{3}$

Dem: T. lui Menelaus = dacã p. D, E, F

\times contin. respectiv, in dr. BC, CA, si AB

ale $\triangle ABC \Rightarrow$ ele sunt coliniare dacã

si numai dacã are loc relatia:

$\frac{|AE|}{|EC|} \cdot \frac{|CD|}{|DB|} \cdot \frac{|BF|}{|FA|} = 1$

T. Menelaus $\Rightarrow \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$

$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = 1$

$2 \cdot \frac{A'B}{A'C} = 1 \Rightarrow \frac{A'B}{A'C} = \frac{1}{2}$

le) $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot 4 = 1$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{B'C}{B'A} = 1$

$\frac{B'C}{B'A} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{B'A}{B'C} = \frac{2}{3}$

Probleme geometrice

Ciara Dacia

14/197

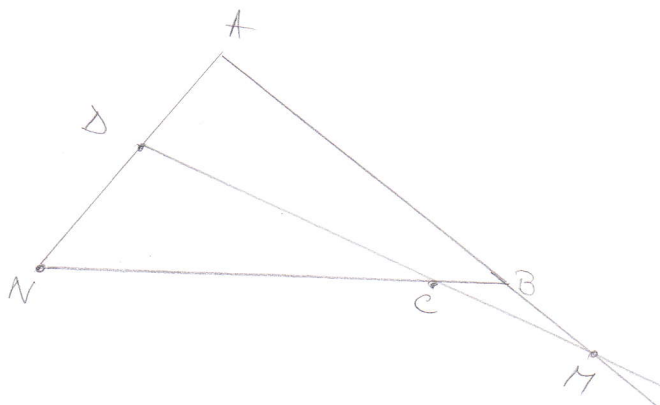
$\text{Ip: } ABCD - \text{patruolat convex}$

$AD \cap BC = \{N\}$ și $DC \cap AB = \{M\}$

(1.a) $\frac{MA}{MB} \cdot \frac{MC}{MD} = \frac{NA}{NB} \cdot \frac{NC}{ND}$

b) O dr. care intersect
int. diag. $[AB]$; $[CD]$ în
pct. H, H', N

$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{ND}{NC} = \text{constantă}$



deu: T. lui Menelaus: dacă pct. D, E, F se află pe laturile, respectiv, în dr. BC, CA și AB ale $\triangle ABC \Rightarrow$ ele sunt coliniare dacă și numai dacă are loc relația:

$$\frac{|AE|}{|EC|} \cdot \frac{|CD|}{|DB|} \cdot \frac{|BF|}{|FA|} = 1$$

T.H.

\Rightarrow în $\triangle NAB$ și $\triangle NDC \Rightarrow \frac{MA}{MB} \cdot \frac{CN}{CA} \cdot \frac{DN}{DA} = 1$ și

$\frac{MC}{MD} \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{BN}{BC} = 1$

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{CN}{CA} \cdot \frac{DN}{DA} \cdot \frac{MC}{MD} \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{BN}{BC} = \frac{MA}{MB} \cdot \frac{MC}{MD} \cdot \frac{DN}{CN} \cdot \frac{BN}{AN}$$

$\Rightarrow \frac{MA}{MB} \cdot \frac{MC}{MD} = \frac{NC}{ND} \cdot \frac{NA}{NB}$